"Año de la unidad, la paz y el desarrollo"

UNIVERSIDAD DE HUÁNUCO



FACULTAD DE INGENIERÍA

E. A. P. DE CIVIL

DISTRIBUCIÓN MUESTRAL DE LA MEDIA, DE LA PROPORCIÓN Y DE LA VARIANZA

DOCENTE **:** ING. HUAMAN CUESPAN, CARLOS ESTEBAN

CURSO **:** ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

INTEGRANTE **:** ZEGARRA RAMOS, PATRICK MAYFER

CICLO **:** III

HUÁNUCO - PERÚ

2023

INDICE.

I. INTRODUCCIÓN.

La distribución muestral es un concepto fundamental en estadística que proporciona la base para realizar inferencias sobre las características de una población utilizando muestras de datos. Entre las distribuciones muestrales más importantes se encuentran las de la media, la proporción y la varianza. Cada una de estas distribuciones ofrece insights clave sobre cómo se comportan las estadísticas muestrales en comparación con los parámetros poblacionales.

La distribución muestral de la media se centra en la estadística de la media muestral. Esta distribución tiende a aproximarse a una distribución normal, independientemente de la forma de la población original, gracias al Teorema del Límite Central. Este teorema establece que, a medida que el tamaño de la muestra aumenta, la distribución de las medias muestrales se aproxima a una distribución normal. Esto es esencial para realizar inferencias sobre los medios poblacionales.

Similar a la distribución muestral de la media, la distribución muestral de la proporción se enfoca en la estadística de la proporción muestral. Es particularmente relevante cuando se trabaja con variables binarias, como éxito o fracaso. Al igual que en el caso de la media, a medida que el tamaño de la muestra aumenta, la distribución de las proporciones muestrales se aproxima a una distribución normal, según el Teorema del Límite Central.

La distribución muestral de la varianza se vincula a la estadística de la varianza muestral. La varianza es una medida de dispersión, y comprender su distribución muestral es esencial para realizar inferencias sobre la variabilidad en la población. Dicha distribución se relaciona con la distribución chi-cuadrado, y su forma depende del tamaño de la muestra y de la distribución original de la población.

En resumen, comprender las distribuciones muestrales es crucial para la inferencia estadística, ya que nos permite hacer afirmaciones sobre

parámetros poblacionales utilizando información extraída de muestras. El Teorema del Límite Central juega un papel fundamental al garantizar la normalidad de estas distribuciones muestrales, lo que simplifica y potencia los métodos estadísticos.

II. OBJETIVOS.

2.1. Objetivo general.

proporcionar un marco teórico y práctico para comprender cómo las estadísticas muestrales se comportan en relación con los parámetros poblacionales.

2.2. Objetivos específicos.

- Proporciona información valiosa sobre la variabilidad en las muestras.
- Al comprender las distribuciones muestrales, los analistas están mejor equipados para proporcionar información sólida que respalde la toma de decisiones en diversas disciplinas
- Destacar la importancia de la probabilidad.

III. MARCO TEÓRICO.

3.1. Distribución Muestral.

Según Kalla (2021) las distribuciones de muestreo constituyen una pieza importante de estudio por varias razones. En la mayoría de los casos, la viabilidad de un experimento dicta el tamaño de la muestra. La distribución de muestreo es la distribución de probabilidad de una muestra de una población en lugar de toda la población.

En palabras más simples, supongamos que de una determinada población tomas todas las muestras posibles de tamaño n y calculas una estadística (por ejemplo, media) de todas las muestras. Si luego preparas una distribución de probabilidad de esta estadística, obtendrás una distribución de muestreo.

3.2. Distribución Muestral De La Media

Según Robles (2023) nos dice que la Distribución Muestral de la Media es un concepto central en estadística que describe cómo se distribuyen las medias de todas las posibles muestras de una población. Su comprensión es esencial para realizar inferencias sobre los medios poblacionales basándose en una muestra de datos.

Cada muestra de tamaño n que podemos extraer de una población proporciona una media. Si consideramos cada una de estas medias como valores de una variable aleatoria podemos estudiar su distribución que llamaremos distribución muestral de medias.

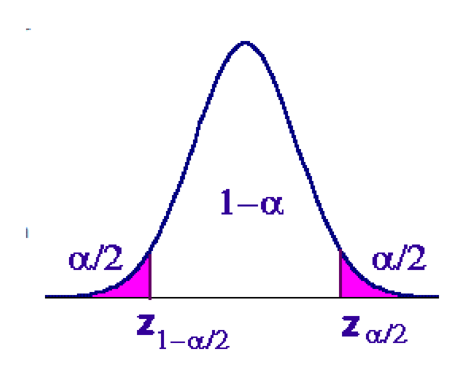
Si tenemos una población normal N(m,s) y extraemos de ella muestras de tamaño n, la distribución muestral de medias sigue también una distribución normal

$$N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

Si la población no sigue una distribución normal, pero n>30, aplicando el llamado Teorema central del límite la distribución muestral de medias se aproxima también a la normal anterior.

Figura 1.

Muestra de la media.



Nota: Se muestra la distribución de la media.

Fuente: Scielo (2023)

3.3. Distribución muestral de proporciones.

Cuando en una población procedemos a estudiar una característica con sólo dos posibles valores (éxito/fracaso), entonces la población sigue una distribución binomial. Cada muestra de la población tiene un porcentaje de

individuos que tiene esta característica. p es la proporción de éxito de esta variable aleatoria de la población. (Blázquez, 2023. p. 13)

La Distribución Muestral de Proporciones es una distribución que describe todas las posibles proporciones muestrales que podrían obtenerse al extraer repetidamente muestras de la misma población. Esta distribución se utiliza

cuando estás trabajando con variables categóricas binarias (por ejemplo, éxito o fracaso) y deseas hacer inferencias sobre la proporción de éxito en la población.

Sean todas las muestras de tamaño n de la población. Cada muestra tiene una proporción de individuos con esa característica.

Figura 2.

Distribución de la muestra de proporciones.

$$N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$

Nota: Formula de la muestra proporcional

Fuente: Web (2023)

Según el teorema central del límite, para tamaños grandes (n>30) podemos aproximar una distribución binomial a una distribución normal. Por lo tanto, la distribución muestral de la proporción se aproxima a una distribución normal con los siguientes parámetros:

3.4 Distribución Muestral De La Varianza

Según Robles (2023) nos dice que a distribución muestral de la varianza es la distribución que resulta de calcular la varianza de cada muestra posible de una población. Es decir, el conjunto de todas las varianzas muestrales de todas las muestras posibles de una población forman la distribución muestral de la varianza.

O, dicho de otra forma, para obtener la distribución muestral de la varianza primero tenemos que seleccionar todas las muestras posibles de una población y luego tenemos que calcular la varianza de cada muestra seleccionada. De manera que el conjunto de varianzas calculadas conforma la distribución muestral de la varianza. a distribución muestral de la varianza está definida por la distribución de probabilidad chi-cuadrado. Por lo tanto, la fórmula del estadístico de la distribución muestral de la varianza es la siguiente:

Figura 3.

Distribución muestral de la varianza.

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

Nota: Formula de la distribución muestral de la varianza.

Fuente: Scielo (2023)

3.4. Distribución Muestral De La Razón.

El estudio de la Distribución muestral de la razón de dos varianzas es muy valioso ya que con frecuencia en la industria y en otras aplicaciones en el campo científico surge la necesidad de comparar la variabilidad de dos procesos determinados, para tal fin se utiliza el cociente de las varianzas de dos muestras aleatorias e independientes y de acuerdo con el resultado arrojado se puede concluir cual es la relación entre el comportamiento de ambos procesos. (Fox, 2017, p50).

IV. RESULTADOS

En el presente trabajo se presenta como resultado la resolución de 3 ejercicios. (Huerta, 2014)

I.1. Ejercicio 1-

En un servicio de atención al cliente, el tiempo de espera hasta recibir atención es una variable normal de media 10 minutos y desviación típica 2 minutos. Se toman muestras aleatorias del tiempo de espera de los clientes que llegan un día concreto. Se pide:

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de espera de una muestra de 25 clientes no supere los 9 minutos?

(b) ¿Cuál es la distribución de la media muestral, si se toman muestras aleatorias de 64 clientes? Especificar sus parámetros.

Solución:

(a) Las muestras de tamaño *n* obtenidas en una población de media μ y desviación típica σ, N(μ. σ), se distribuye según una normal $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

En nuestro caso, para n = 25 y N(10, 2), las muestras se distribuyen según la N(10, 2/5)

Con esto,

$$P\left(\overline{X} < 9\right) = P\left(Z < \frac{9-10}{2/5}\right) = P(Z < -2{,}5) = 1 - P(Z < 2{,}5) = 1 - 0{,}9938 = 0{,}0062$$

(b) Como hemos indicado anteriormente, la distribución de medias muestrales de tamaño 64 se distribuye según la normal $N\left(10, \frac{2}{\sqrt{64}}\right) \rightarrow N(10, 0{,}25)$.

Esto es, una normal de media 10 y desviación típica 0,25.

I.2. Una fábrica de pasteles fabrica, en su producción habitual, un 3 \% de pasteles defectuosos. Un cliente recibe un pedido de 500 pasteles de la fábrica. Calcula la probabilidad de que encuentre más del 5 \% de pasteles defectuosos.

SOLUCIÓN

Estamos tomando una muestra de tamaño $n = 500$, de una población donde la proporción de pasteles defectuosos es de $p = 0.03$. Podemos usar las Distribución Muestral de Proporciones, que se ajusta a una normal $N\left(p, \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}\right)$

En nuestro ejemplo, si sustituimos los valores de p y n y calculamos, sería $N(0.03, 0.0076)$

› **a)** $P(\overline{p} > 0.05) = P\left(Z > \frac{0.05 - 0.03}{0.0076}\right) = P(Z > 2.63) =$

$= 1 - P(Z \leq 2.63) = 1 - 0.9957 = \boxed{0.0043}$

V. CONCLUSIONES.

En conclusión, estas distribuciones muestrales ofrecen herramientas poderosas para realizar inferencias estadísticas precisas y generalizables sobre diferentes características de una población a partir de datos muestrales. El Teorema del Límite Central y la normalidad asintótica son conceptos clave que simplifican y fortalecen los métodos estadísticos utilizados en estas inferencias.

- El Teorema del Límite Central es crucial, ya que garantiza que, independientemente de la forma de la población original, la distribución de las medias muestrales se aproxime a una distribución normal con tamaños de muestra suficientemente grandes.
- Al igual que en la distribución de los medios, el Teorema del Límite Central asegura que, con tamaños de muestra suficientemente grandes, la distribución de las proporciones muestrales se aproxima a una distribución normal.
  - A diferencia de las distribuciones de los medios y la proporción, la distribución de la varianza se relaciona con la distribución chi-cuadrado y su forma depende del tamaño de la muestra y la distribución original de la población.
  - La comprensión de la variabilidad de las varianzas muestrales es crucial para evaluar la consistencia de los resultados y para realizar inferencias sobre la varianza poblacional.

II. REFERENCIAS.

Kalla, S. (n.d.). *Distribución de muestreo*. Explorable.com. Retrieved November 23, 2023, from https://explorable.com/es/distribucion-de-muestreo

Distribución muestral de la razón de dos varianzas. (n.d.). Buenas Tareas. Retrieved November 23, 2023, from https://www.buenastareas.com/ensayos/Distribuci%C3%B3n-Muestral-De-La-Raz%C3%B3n-De/49995510.html

Blázquez, V. M. (n.d.). *distribución muestral de proporciones*. Victormat.es. Retrieved November 23, 2023, from https://www.victormat.es/mcs2/Tema12-DistribucionesMuestrales/distribucin_muestral_de_proporciones.html

Robles, J. (n.d.). *Curso: Estadística I*. Edu.Co. Retrieved November 23, 2023, from https://virtual.uptc.edu.co/ova/estadistica/docs/libros/estadistica1/cap01b.html